



KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

Ing. Martin HORÁČEK, Ph.D.

TEORIE KLOPENÍ

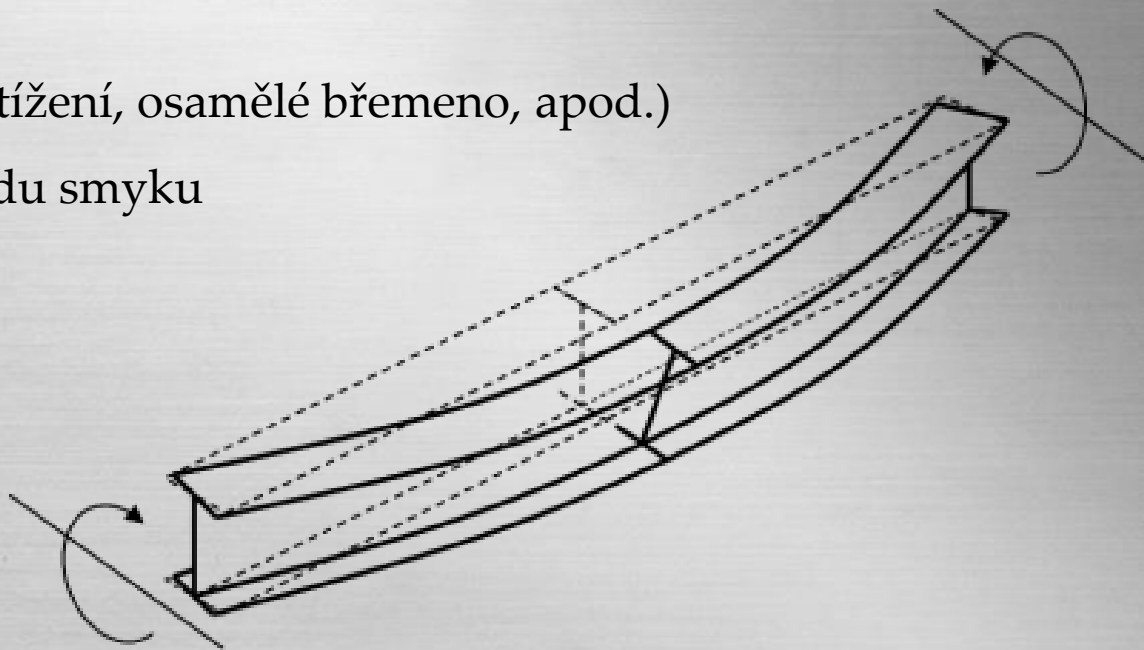
KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

SOUČASNÝ STAV CO JE TO KLOPENÍ?

Klopení = ztráta příčné a torzní stability při ohybu

Ohybová únosnost nosníků se zřetelem na ztrátu stability při klopení je závislá především na:

- ✓ okrajových podmínkách uložení prutu
(uložení při ohybu v rovině větší a menší tuhosti a uložení v kroucení)
- ✓ tvaru příčného řezu
- ✓ typu zatížení (spojité zatížení, osamělé břemeno, apod.)
- ✓ pozici zatížení vůči středu smyku

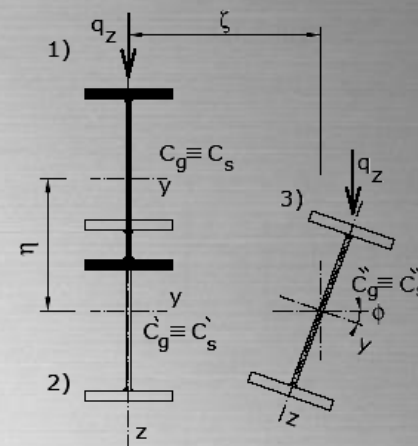


SOUČASNÝ STAV **TEORIE STABILITY IDEÁLNÍHO NOSNÍKU**

Výchozími rovnicemi teoretické analýzy štíhlých tenkostěnných prutů jsou diferenciální rovnice rovnováhy přetvořeného elementu prutu.

V případě obecného zatížení a tvaru průřezu se tenkostěnný přímý prut prostorově přetvoří, tj. vzniknou:

- 3 složky posunutí v rovině průřezu:
 - $\xi(x)$ – posun ve směru osy Y
 - $\eta(x)$ – posun ve směru osy Z
 - $\varphi(x)$ – pootočení kolem osy ohybu
- posunutí $u(x,y,z)$ bodů střednice průřezu ve směru podélné osy prutu X (tzv. deplanace průřezu)



Ve smyslu Vlasovovy teorie tenkostěnných prutů je působení tenkostěnného prutu otevřeného průřezu popsáno následujícími rovnicemi:

$$EI_z \xi^{IV} + [N(\xi' + a_z \cdot \varphi')] + (M_y \cdot \varphi)'' = q_y(x)$$

$$EI_y \eta^{IV} + [N(\eta' + a_y \cdot \varphi')] + (M_z \cdot \varphi)'' = q_z(x)$$

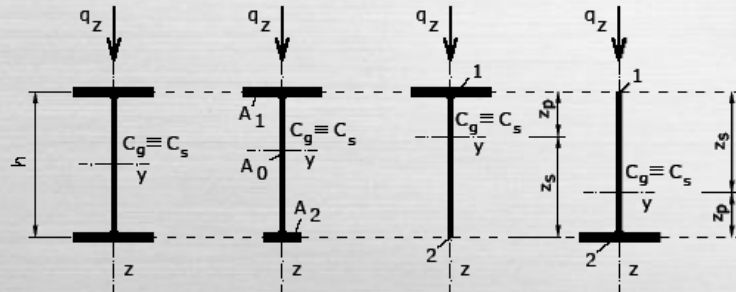
$$EI_\omega \varphi^{IV} - GI_t \varphi'' + [i_A^2 N - 2b_z M_y + 2b_y M_z - 2b_\omega B \varphi'] + a_z(N \cdot \xi') - a_y(N \cdot \eta') - M_z'' \eta + M_z \eta'' - M_y'' \xi + M_y \xi'' + q_y[\eta + (e_y - a_y)\varphi] - q_z[\xi - (e_z - a_z)\varphi] = t(x)$$

SOUČASNÝ STAV *TEORIE STABILITY IDEÁLNÍHO NOSNÍKU*

Obecné řešení problému stability ohybu se pro téměř všechny případy v praxi používaných ocelových nosníků dělí na dvě základní úlohy v závislosti na typu průřezu příčně zatíženého prutu.

PRŮŘEZY I. KATEGORIE

Průřezy 1. kategorie jsou průřezy alespoň jednoose symetrické, zatížené v rovině symetrie.



Diferenciální rovnice pro daný typ průřezu při zanedbání při zanedbání vlivu počátečního přetvoření v okamžiku rozdělení rovnováhy:

$$\begin{aligned} EI_z \xi^{IV} + (M_y \cdot \varphi)'' &= 0 \\ EI_\omega \varphi^{IV} - GI_t \varphi'' - 2b_z (M_y \varphi)' + M_y \xi'' + q_z (e_z - a_z) \varphi &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EI_z \xi^{IV} + (M_{y0} \varphi)'' &= q_z \\ EI_\omega \varphi^{IV} - GI_t \varphi'' + M_{y0} \xi'' + q_z \cdot e_z \cdot \varphi &= 0 \end{aligned}$$

Okrajové podmínky při oboustranném kloubovém uložení:

$$\begin{aligned} \xi(0) = \xi(L) = \xi''(0) = \xi''(L) &= 0 \\ \varphi(0) = \varphi(L) = \varphi''(0) = \varphi''(L) &= 0 \end{aligned}$$

Pružný kritický moment:

$$M_{cr} = \kappa_1 \cdot \left[\pm (\kappa_2 \cdot b_z + e_{za}) \cdot N_z + \sqrt{(\kappa_2 \cdot b_z + e_{za})^2 \cdot N_z^2 + \kappa_2 \cdot i_A^2 \cdot N_z \cdot N_w} \right]$$

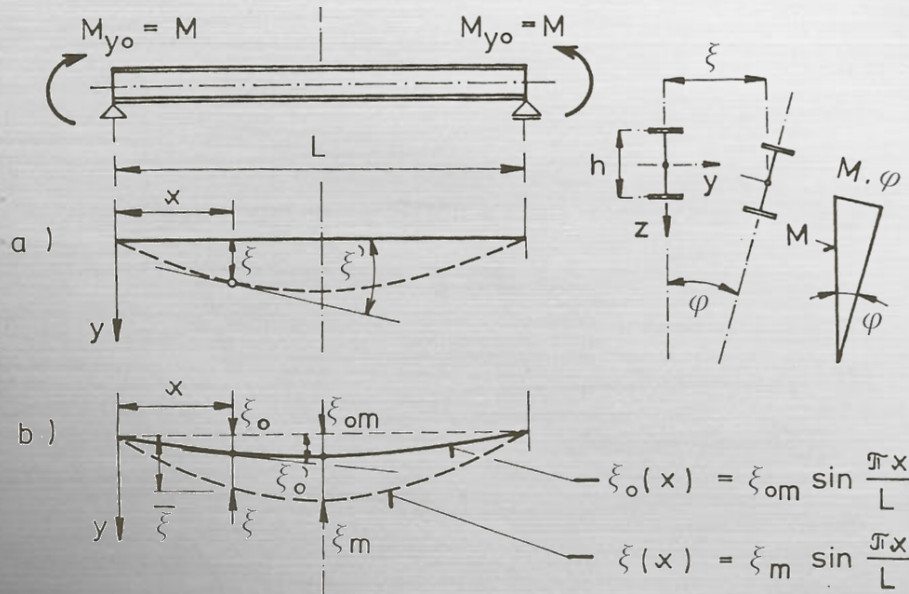
Pružný kritický moment:

$$M_{cr} = \kappa_1 \cdot \left[\pm e_z \cdot N_z + \sqrt{(e_z \cdot N_z)^2 + \kappa_2 \cdot i_A^2 \cdot N_z \cdot N_w} \right]$$

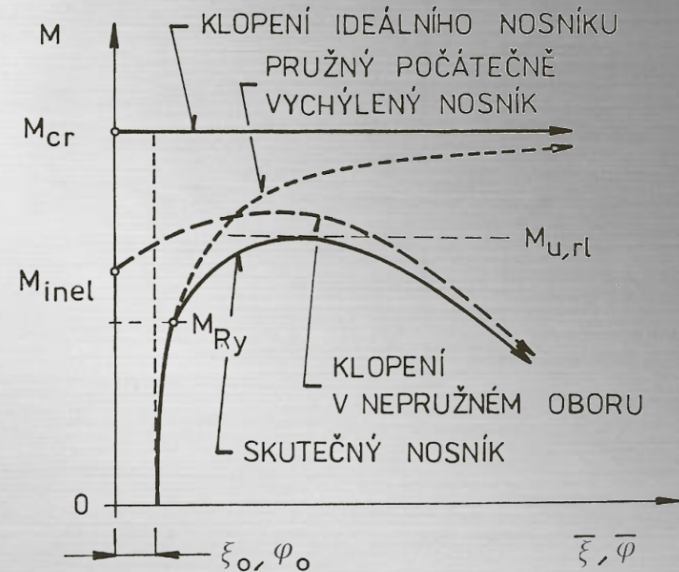
SOUČASNÝ STAV VZPĚRNÁ ÚNOSNOST SKUTEČNÉHO NOSNÍKU

Chování skutečného nosníku je oproti chování ideálního nosníku ovlivněno i počátečními odchylkami. Mezi ty nejvýznamnější patří počáteční zakřivení osy nosníku v rovině kolmé k rovině ohybu a počáteční pootočení mezipodporových průřezů. Místo řešení problému stability v ohybu je třeba analyzovat příslušný problém vzpěrné pevnosti při ohybu a kroucení.

Nosník počátečně přetvořený z roviny prvotního ohybu



Modely chování nosníků při ztrátě stability za ohybu

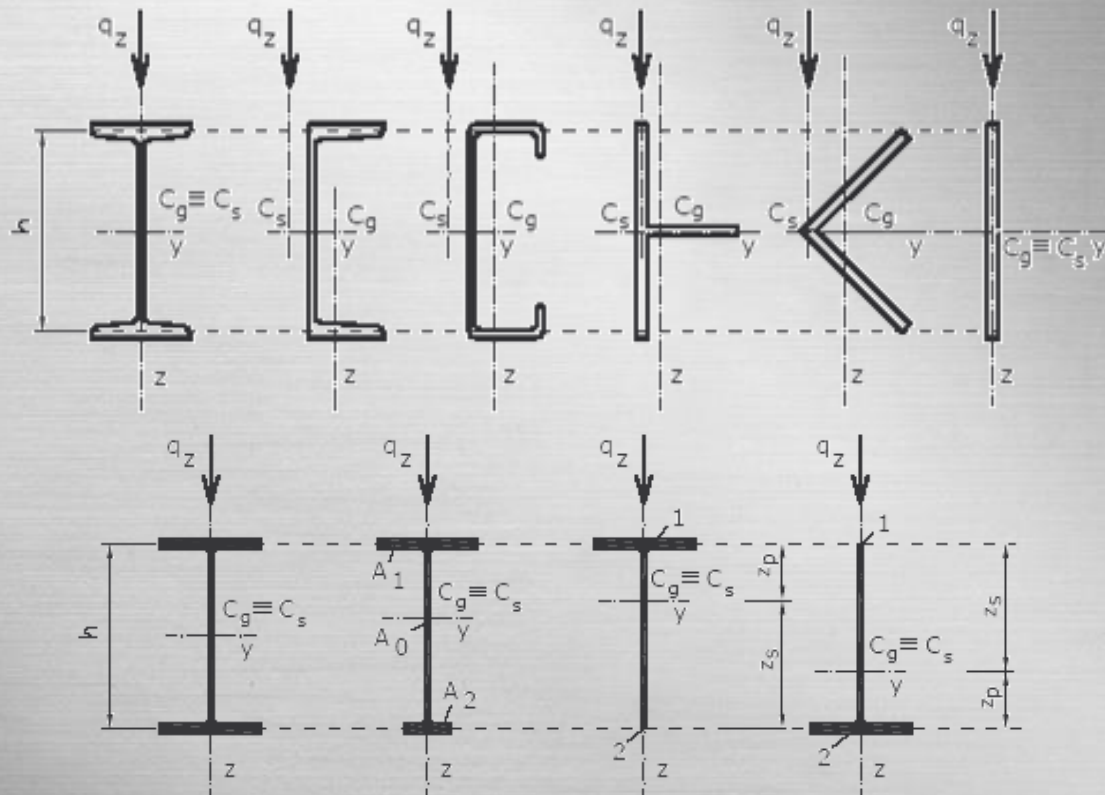


SOUČASNÝ STAV *NÁVRHOVÁ PROCEDURA DLE ČSN EN 1993-1*

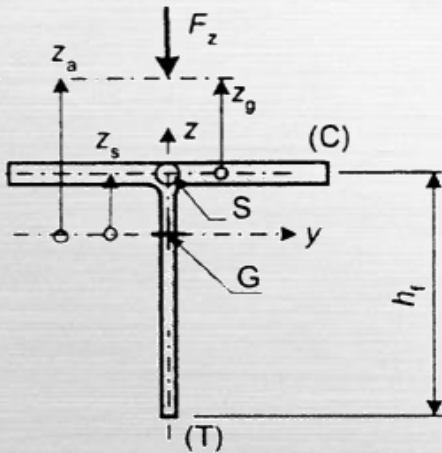
Národní příloha NB.3 normy ČSN EN 1993-1 udává postup výpočtu elastického kritického momentu M_{cr} .

Platnost národní přílohy:

- alespoň jednoose symetrický profil zatížen v rovině kolmé k ose symetrie
- předpokládá se zatížení procházející středem smyku



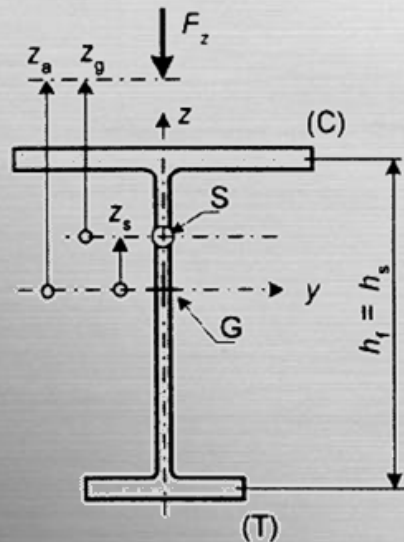
SOUČASNÝ STAV *NÁVRHOVÁ PROCEDURA DLE ČSN EN 1993-1*



Bezrozměrný parametr v kroucení: $\kappa_{wt} = \frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}}$

Bezrozměrný parametr působíště zatížení vzhledem ke středu smyku: $\zeta_g = \frac{\pi z_g}{k_z L} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}}$

Bezrozměrný parametr nesymetrie průřezu: $\zeta_j = \frac{\pi z_j}{k_z L} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}}$



Bezrozměrný pružný kritický moment:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + \kappa_{wt}^2 + (C_2 \zeta_g - C_3 \zeta_j)^2} - (C_2 \zeta_g - C_3 \zeta_j) \right]$$

C_1 , C_2 a C_3 jsou součinitele závislé na zatížení a podmínkách uložení konců

| Zatížení a podmínky podepření | Součinitele vzpěrné délky | | | Hodnoty součinitelů | | | | | | | |
|-------------------------------|---------------------------|-------|-------|---------------------|-----------|-------------------------|-------------------------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------------------|-----------------------|
| | k_y | k_z | k_w | $C_1^{(1)}$ | | C_2 | | | C_3 | | |
| | | | | $C_{1,0}$ | $C_{1,1}$ | \perp $\nu_f = -1$ | \perp $-0,9 \leq \nu_f \leq 0$ | \top $\nu_f = 1$ | \perp $\nu_f = -1$ | \perp $-0,9 \leq \nu_f \leq 0$ | \top $\nu_f = 1$ |
| | 1 | 1 | 1 | 1,13 | 1,13 | 0,33 | 0,46 | 0,50 | 0,93 | 0,53 | 0,38 |
| | 1 | 1 | 0,5 | 1,13 | 1,23 | 0,33 | 0,39 | 0,50 | 0,93 | 0,81 | 0,38 |
| | 1 | 0,5 | 1 | 0,95 | 1,00 | 0,25 | 0,41 | 0,40 | 0,84 | 0,48 | 0,44 |
| | 1 | 0,5 | 0,5 | 0,95 | 0,97 | 0,25 | 0,31 | 0,40 | 0,84 | 0,67 | 0,44 |
| | 1 | 1 | 1 | 1,35 | 1,36 | 0,52 | 0,55 | 0,42 | 1,00 | 0,41 | 0,31 |
| | 1 | 1 | 0,5 | 1,35 | 1,45 | 0,52 | 0,58 | 0,42 | 1,00 | 0,67 | 0,31 |
| | 1 | 0,5 | 1 | 1,03 | 1,09 | 0,40 | 0,45 | 0,42 | 0,80 | 0,34 | 0,31 |
| | 1 | 0,5 | 0,5 | 1,03 | 1,07 | 0,40 | 0,44 | 0,42 | 0,80 | 0,52 | 0,31 |
| ψ_f | | | | | | -1 | $(-0,5; 0)$ | 1 | -1 | $(-0,5; 0)$ | 1 |
| | 0,5 | 1 | 1 | 2,58 | 2,61 | 1,00 | 1,56 | 0,15 | 1,00 | -0,86 | -1,99 |
| | 0,5 | 0,5 | 1 | 1,49 | 1,52 | 0,56 | 0,90 | 0,08 | 0,61 | -0,52 | -1,20 |
| | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 1,49 | 1,75 | 0,56 | 0,83 | 0,08 | 0,61 | 0,00 | -1,20 |
| | 0,5 | 1 | 1 | 1,68 | 1,73 | 1,20 | 1,39 | 0,07 | 1,15 | -0,72 | -1,35 |
| | 0,5 | 0,5 | 1 | 0,94 | 0,96 | 0,69 | 0,76 | 0,03 | 0,64 | -0,41 | -0,76 |
| | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,94 | 1,06 | 0,69 | 0,84 | 0,03 | 0,64 | -0,07 | -0,76 |

POZNÁMKY:

- 1) $C_1 = C_{1,0} + (C_{1,1} - C_{1,0}) \kappa_{wt} \leq C_{1,1}$, $C_1 = C_{1,0}$ pro $\kappa_{wt} = 0$, $C_1 = C_{1,1}$ pro $\kappa_{wt} \geq 1$.
- 2) Parametr ψ_f se vztahuje ke středu rozpětí
- 3) Hodnoty kritického momentu M_{cr} se vztahují k průřezu, kde působí M_{max}

Tab. 1.6 – Hodnoty součinitelů C_1, C_2 a C_3 pro různé případy příčného zatížení v závislosti na hodnotě součinitelů k_y, k_z, k_w a součinitelů ψ_f a κ_{wt}

k_z je součinitel vzpěrné délky popisující okrajové podmínky uložení v ohybu

k_w je součinitel vzpěrné délky popisující okrajové podmínky uložení v kroucení

(k_z, k_w mají hodnotu 0,5 pro oboustranné vetknutí; 0,7 pro vetknutí na jednom konci a 1,0 pro oboustranné kloubové podepření)

| Součinitel uložení konců prutu v rovině ohybu $k_y = 1,0$, v kroucení $k_w = 1,0$ | | | | | | | | | | |
|--|-------------|---------------------|-----------|----------------------------------|--|---|---------------------------------|------|----------------------|-------|
| Tvar momentového obrazce Poměr koncových momentů ψ | $k_z^{(2)}$ | Hodnoty součinitelů | | | | | | | | |
| | | $C_1^{(1)}$ | | C_3 | | | | | | |
| | | $C_{1,0}$ | $C_{1,1}$ | $\psi = -1$ $\top \perp \top$ | $-0,9 \leq \psi \leq 0$ $\top \perp \top$ | $0 \leq \psi \leq 0,9$ $\top \perp \top$ | $\psi = 1$ $\top \perp \top$ | | | |
| | 1,0 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | | | | | | |
| | 0,7L | 1,02 | 1,10 | 1,02 | | | | 1,00 | | |
| | 0,7R | 1,02 | 1,10 | 1,02 | | | | 1,00 | | |
| | 0,5 | 1,00 | 1,13 | 1,02 | | | | | | |
| | 1,0 | 1,14 | 1,14 | 1,00 | | | | | | |
| | 0,7L | 1,21 | 1,31 | 1,05 | | | | 1,00 | | |
| | 0,7R | 1,11 | 1,20 | 1,00 | | | | | | |
| | 0,5 | 1,14 | 1,29 | 1,02 | | | | | | |
| | 1,0 | 1,31 | 1,32 | 1,15 | 1,00 | | | | | |
| | 0,7L | 1,48 | 1,62 | 1,16 | | | | 1,00 | | |
| | 0,7R | 1,21 | 1,32 | 1,00 | | | | | | |
| | 0,5 | 1,31 | 1,48 | 1,15 | 1,00 | | | | | |
| | 1,0 | 1,52 | 1,55 | 1,29 | 1,00 | | | | | |
| | 0,7L | 1,85 | 2,06 | 1,60 | 1,26 | | | | 1,00 | |
| | 0,7R | 1,33 | 1,47 | 1,00 | | | | | | |
| | 0,5 | 1,52 | 1,73 | 1,35 | 1,00 | | | | | |
| | 1,0 | 1,77 | 1,85 | 1,47 | 1,00 | | | | | |
| | 0,7L | 2,33 | 2,68 | 2,00 | 1,42 | | | | 1,00 | |
| | 0,7R | 1,45 | 1,59 | 1,00 | | | | | | |
| | 0,5 | 1,75 | 2,03 | 1,50 | 1,00 | | | | | |
| | 1,0 | 2,05 | 2,21 | 1,65 | 1,00 | | | | 0,85 | |
| | 0,7L | 2,83 | 3,32 | 2,40 | 1,55 | | | | 0,85 | -0,30 |
| | 0,7R | 1,58 | 1,75 | 1,38 | 0,85 | | | | 0,70 | 0,20 |
| | 0,5 | 2,00 | 2,34 | 1,75 | 1,00 | | | | 0,65 | -0,25 |
| | 1,0 | 2,33 | 2,59 | 1,85 | 1,00 | | | | $1,3 - 1,2\psi_f$ | 0,70 |
| | 0,7L | 3,08 | 3,40 | 2,70 | 1,45 | | | | $1,0 - 1,2\psi_f$ | -1,15 |
| | 0,7R | 1,71 | 1,90 | 1,45 | 0,78 | | | | $0,9 - 0,75\psi_f$ | -0,53 |
| | 0,5 | 2,23 | 2,58 | 2,00 | 0,95 | | | | $0,75 - \psi_f$ | -0,85 |
| | 1,0 | 2,55 | 2,85 | 2,00 | 1,00 | | | | $0,55 - \psi_f$ | -1,45 |
| | 0,7L | 2,59 | 2,77 | 2,00 | 0,85 | | | | $0,23 - 0,9\psi_f$ | -1,55 |
| | 0,7R | 1,83 | 2,03 | 1,55 | 0,70 | | | | $0,68 - \psi_f$ | -1,07 |
| | 0,5 | 2,35 | 2,61 | 2,00 | 0,85 | | | | $0,35 - \psi_f$ | -1,45 |
| | 1,0 | 2,56 | 2,73 | 2,00 | ψ_f | | | | -2,00 | |
| | 0,7L | 1,92 | 2,10 | 1,55 | 0,38 | | | | -0,58 | -1,55 |
| | 0,7R | 1,92 | 2,10 | 1,55 | 0,58 | | | | -0,38 | -1,55 |
| | 0,5 | 2,22 | 2,39 | 1,88 | $0,125 - 0,7\psi_f$ | | | | $-0,125 - 0,7\psi_f$ | -1,88 |

POZNÁMKY:

- 1) $C_1 = C_{1,0} + (C_{1,1} - C_{1,0}) \kappa_{wt} \leq C_{1,1}$, $C_1 = C_{1,0}$ pro $\kappa_{wt} = 0$, $C_1 = C_{1,1}$ pro $\kappa_{wt} \geq 1$.
- 2) 0,7L = vetknutý levý konec; 0,7R = vetknutý pravý konec.

SOUČASNÝ STAV NÁVRHOVÁ PROCEDURA DLE ČSN EN 1993-1

Pružný kritický moment: $M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{EI_z GI_t}}{L}$



Poměrná štíhlost: $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}}$



$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$



Součinitel klopení: $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$



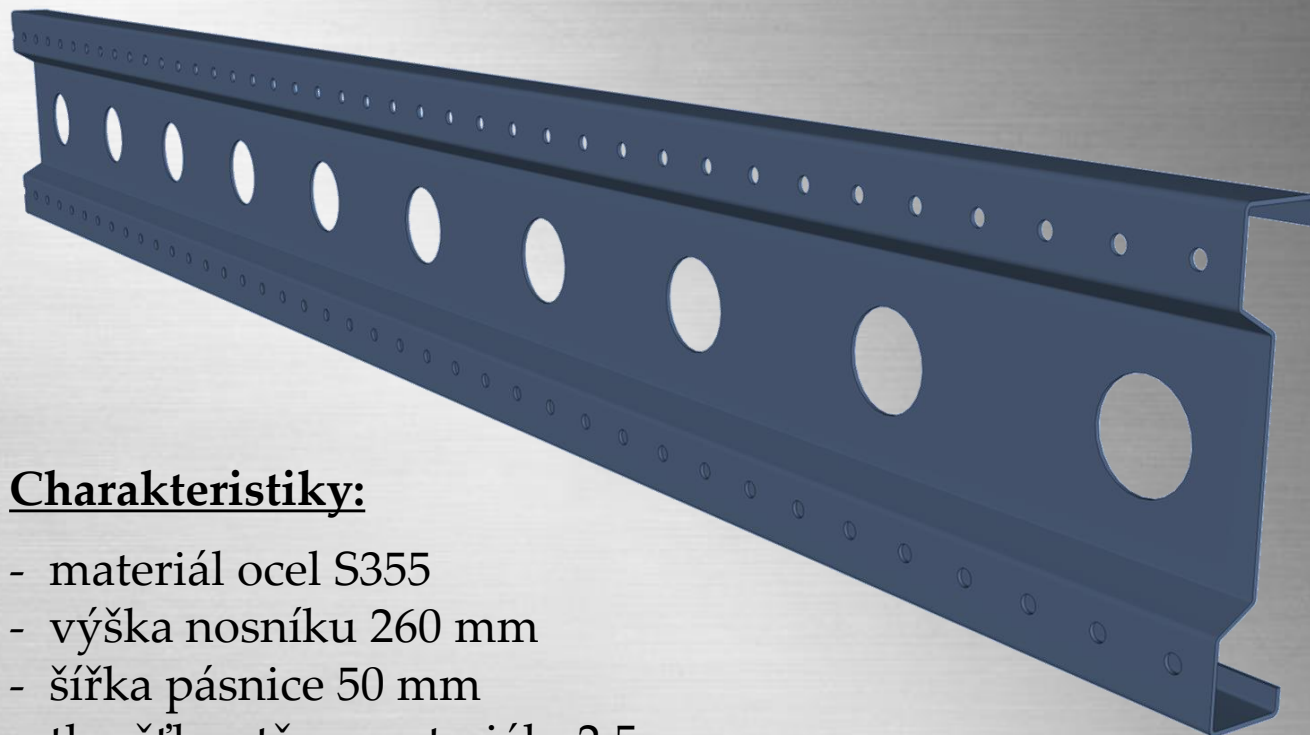
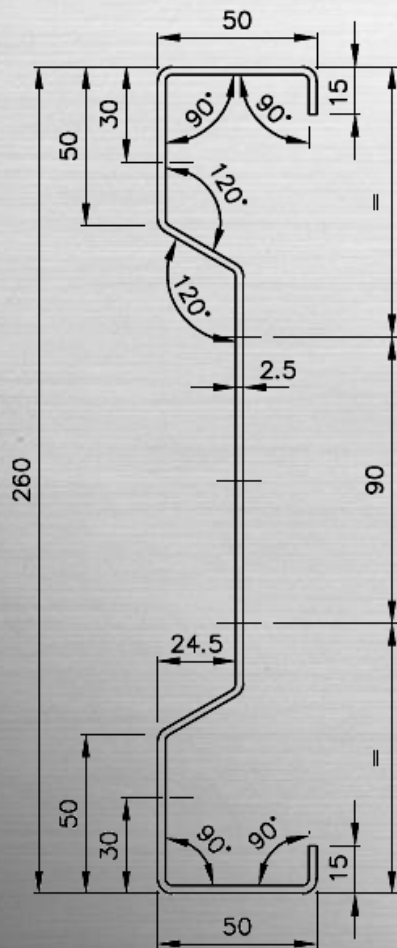
Návrhová ohybová únosnost při klopení:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

ÚVOD NOSNÍKY TYPU SIGMA

Nosníky typu Sigma jsou jednoose symetrické tenkostěnné ocelové profily s otvory ve stěně, zatížené v rovině kolmé k ose symetrie.

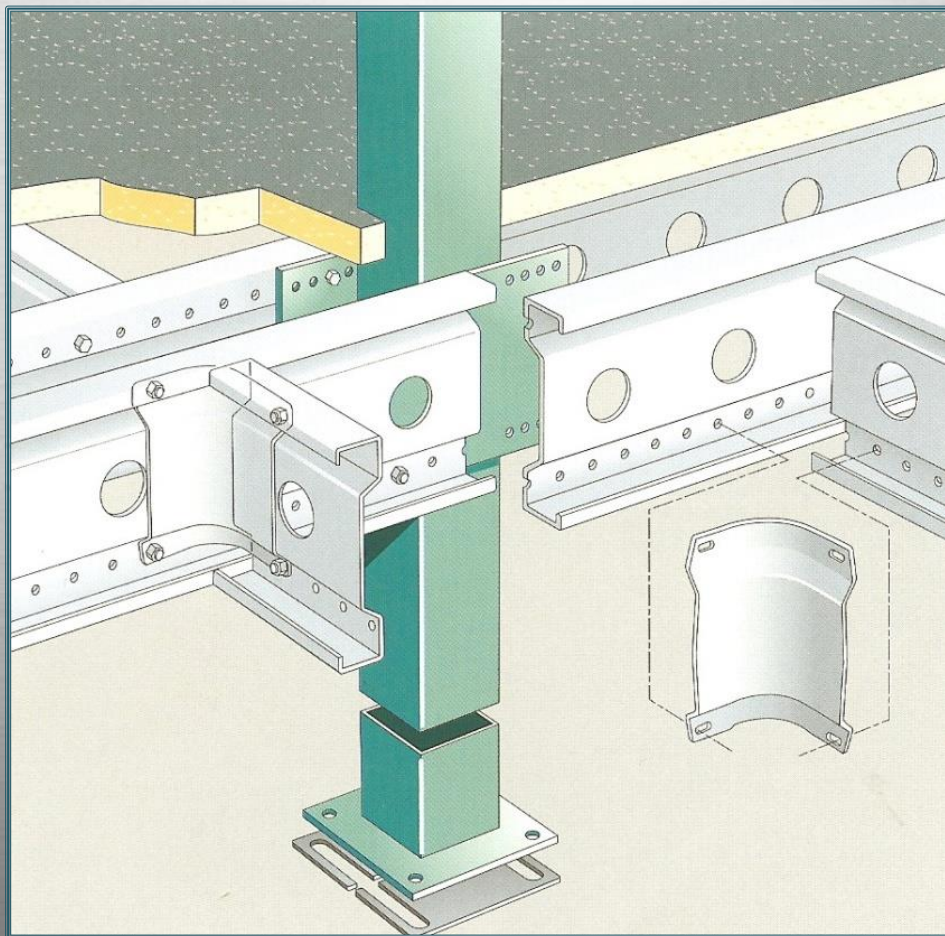


Charakteristiky:

- materiál ocel S355
- výška nosníku 260 mm
- šířka pásnice 50 mm
- tloušťka stěny materiálu 2.5 mm
- kruhové otvory Ø 65 mm ve stojně (po 200 mm)
- 2 řady otvorů Ø 11 mm pro spojení

ÚVOD PRAKTICKÉ VYUŽITÍ NOSNÍKŮ TYPU SIGMA

Nosníky typu Sigma se používají především jako stropní nosníky ve vestavěných podlažích ve skladovacích objektech.



KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

TEORETICKÁ ANALÝZA

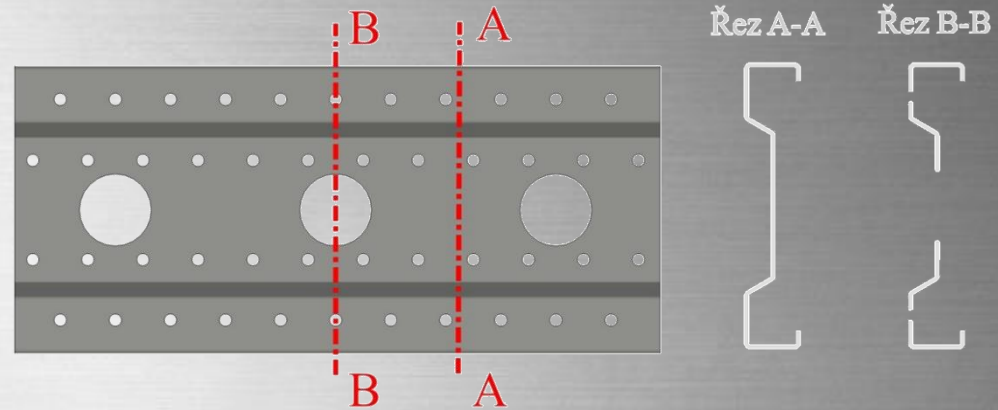
KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

TEORETICKÁ ANALÝZA PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY

Při teoretickém stanovení průřezových charakteristik byla použita analogie na prolamované nosníky.

1. KROK

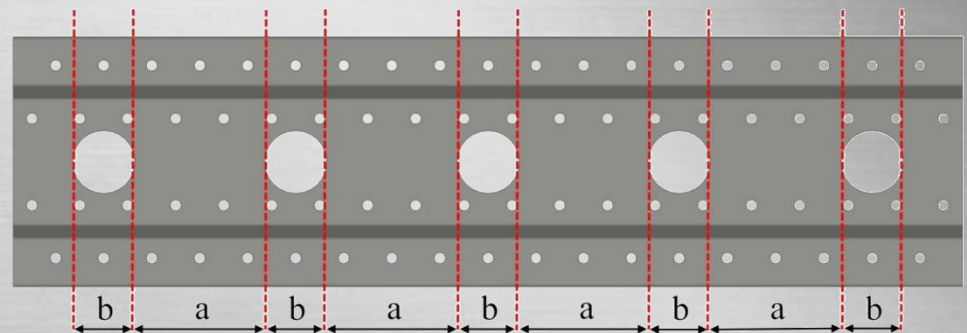
Výpočet průřezových charakteristik pro plný průřez (řez A-A) a pro oslabený průřez (řez B-B).



2. KROK

Stanovení průřezových charakteristiky pro tzv. náhradní průřez na základě váženého průměru z charakteristik pro řez A-A a řez B-B.

$$X_n = \frac{a \cdot X_A + b \cdot X_B}{a + b}$$



TEORETICKÁ ANALÝZA STANOVENÍ ÚNOSNOSTI PŘI KLOPENÍ

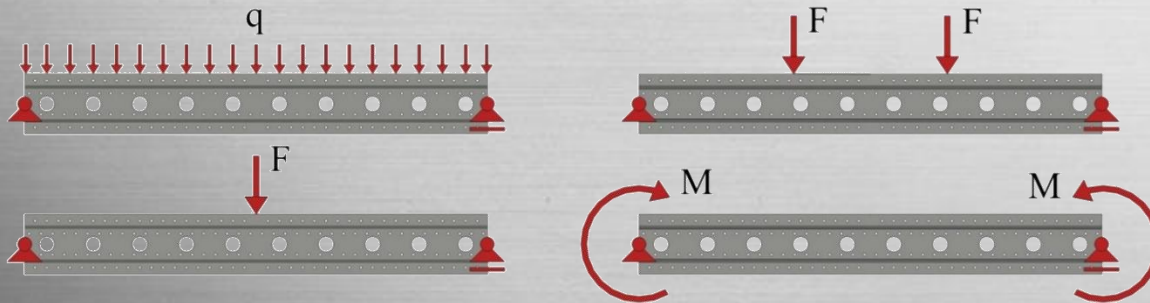
| Uložení v kroucení | Zatížení | Délka nosníků L | L_{SUPP} [mm] | k_z | k_w | C_1 | C_2 | κ_{wt} | ζ_g | ζ_j | μ_{cr} | M_{cr} [kNm] | $M_{el,Rd}$ [kNm] | $\bar{\lambda}_{LT}$ | χ_{LT} | $M_{b,Rd}$ [kNm] |
|---------------------------|------------------|-----------------|-----------------|-------|-------|-------|-------|---------------|-----------|-----------|------------|----------------|-------------------|----------------------|-------------|------------------|
| Prosté uložení v kroucení | Spojitě zatížení | 2 m | 1 960 | 1,00 | 1,00 | 1,13 | 0,46 | 3,65 | 3,42 | 0,00 | 2,86 | 11,35 | 22,61 | 1,41 | 0,38 | 8,52 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 1,00 | 1,13 | 0,46 | 2,42 | 2,27 | 0,00 | 2,01 | 5,28 | 22,61 | 2,07 | 0,20 | 4,45 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 1,00 | 1,13 | 0,46 | 1,81 | 1,69 | 0,00 | 1,61 | 3,18 | 22,61 | 2,67 | 0,12 | 2,80 |
| | 1 břemeno v L/2 | 2 m | 1 960 | 1,00 | 1,00 | 1,36 | 0,55 | 3,65 | 3,42 | 0,00 | 3,19 | 12,68 | 22,61 | 1,34 | 0,41 | 9,28 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 1,00 | 1,36 | 0,55 | 2,42 | 2,27 | 0,00 | 2,25 | 5,91 | 22,61 | 1,96 | 0,22 | 4,93 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 1,00 | 1,36 | 0,55 | 1,81 | 1,69 | 0,00 | 1,82 | 3,57 | 22,61 | 2,52 | 0,14 | 3,12 |
| | 2 břemena v L/3 | 2 m | 1 960 | 1,00 | 1,00 | 1,10 | 0,51 | 3,65 | 3,42 | 0,00 | 2,67 | 10,63 | 22,61 | 1,46 | 0,36 | 8,09 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 1,00 | 1,10 | 0,51 | 2,42 | 2,27 | 0,00 | 1,88 | 4,95 | 22,61 | 2,14 | 0,19 | 4,21 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 1,00 | 1,10 | 0,51 | 1,81 | 1,69 | 0,00 | 1,52 | 2,98 | 22,61 | 2,75 | 0,12 | 2,64 |
| | Koncové momenty | 2 m | 1 960 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 3,65 | 3,42 | 0,00 | 3,79 | 15,05 | 22,61 | 1,23 | 0,46 | 10,50 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 2,42 | 2,27 | 0,00 | 2,62 | 6,89 | 22,61 | 1,81 | 0,25 | 5,63 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,00 | 1,81 | 1,69 | 0,00 | 2,07 | 4,06 | 22,61 | 2,36 | 0,16 | 3,51 |
| Vetknutí v kroucení | Spojitě zatížení | 2 m | 1 960 | 1,00 | 0,50 | 1,23 | 0,39 | 7,31 | 3,42 | 0,00 | 7,58 | 30,11 | 22,61 | 0,87 | 0,68 | 15,43 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 0,50 | 1,23 | 0,39 | 4,84 | 2,27 | 0,00 | 5,09 | 13,38 | 22,61 | 1,30 | 0,43 | 9,65 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 0,50 | 1,23 | 0,39 | 3,62 | 1,69 | 0,00 | 3,87 | 7,62 | 22,61 | 1,72 | 0,27 | 6,15 |
| | 1 břemeno L/2 | 2 m | 1 960 | 1,00 | 0,50 | 1,45 | 0,58 | 7,31 | 3,42 | 0,00 | 8,19 | 32,57 | 22,61 | 0,83 | 0,70 | 15,91 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 0,50 | 1,45 | 0,58 | 4,84 | 2,27 | 0,00 | 5,51 | 14,49 | 22,61 | 1,25 | 0,45 | 10,22 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 0,50 | 1,45 | 0,58 | 3,62 | 1,69 | 0,00 | 4,20 | 8,26 | 22,61 | 1,65 | 0,29 | 6,58 |
| | 2 břemena v L/3 | 2 m | 1 960 | 1,00 | 0,50 | 1,19 | 0,43 | 7,31 | 3,42 | 0,00 | 7,20 | 28,60 | 22,61 | 0,89 | 0,67 | 15,11 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 0,50 | 1,19 | 0,43 | 4,84 | 2,27 | 0,00 | 4,83 | 12,72 | 22,61 | 1,33 | 0,41 | 9,30 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 0,50 | 1,19 | 0,43 | 3,62 | 1,69 | 0,00 | 3,68 | 7,24 | 22,61 | 1,77 | 0,26 | 5,88 |
| | Koncové momenty | 2 m | 1 960 | 1,00 | 0,50 | 1,16 | 0,05 | 7,31 | 3,42 | 0,00 | 8,36 | 33,21 | 22,61 | 0,83 | 0,71 | 16,03 |
| | | 3 m | 2 960 | 1,00 | 0,50 | 1,16 | 0,05 | 4,84 | 2,27 | 0,00 | 5,60 | 14,74 | 22,61 | 1,24 | 0,46 | 10,35 |
| | | 4 m | 3 960 | 1,00 | 0,50 | 1,16 | 0,05 | 3,62 | 1,69 | 0,00 | 4,25 | 8,37 | 22,61 | 1,64 | 0,29 | 6,66 |

Konfigurace:

- 2 způsoby uložení v kroucení
- 4 typy zatížení
- 3 délky nosníků



24 různých konfigurací výpočtu



TEORETICKÁ ANALÝZA STANOVENÍ ÚNOSNOSTI PŘI KLOPENÍ

Ověření MKP výpočtem (autor softwaru J. Brodniansky z STÚ Bratislava)

Program je založený na řešení soustavy diferenciálních rovnic popisujících ztrátu stability při klopení v pružném oboru, možnost zadat prut s proměnným průřezem.

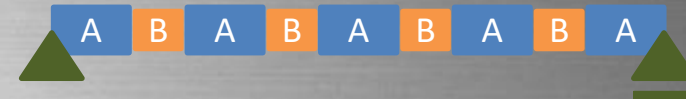
| Uložení v kroucení | Zatížení | Délka nosníků L | L_{SUPP} [mm] | Pružný kritický moment M_{cr} [kNm] | | | | | Rozdíl *) |
|---------------------------|------------------|-----------------|-----------------|---------------------------------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------|
| | | | | EC náhradní průřez | Plný průřez | Oslabený průřez | Náhradní průřez | Proměnný průřez | |
| Prosté uložení v kroucení | Spojité zatížení | 2 m | 1 960 | 11,35 | 11,72 | 10,68 | 11,38 | 11,36 | -0,1% |
| | | 3 m | 2 960 | 5,28 | 5,46 | 4,93 | 5,29 | 5,28 | -0,1% |
| | | 4 m | 3 960 | 3,18 | 3,30 | 2,65 | 3,18 | 3,18 | -0,1% |
| | 1 břemeno v L/2 | 2 m | 1 960 | 12,68 | 12,98 | 11,85 | 12,61 | 12,60 | 0,7% |
| | | 3 m | 2 960 | 5,91 | 6,07 | 5,49 | 5,88 | 5,87 | 0,8% |
| | | 4 m | 3 960 | 3,57 | 3,67 | 3,29 | 3,55 | 3,54 | 0,8% |
| | 2 břemena v L/3 | 2 m | 1 960 | 10,63 | 10,96 | 10,00 | 10,65 | 10,61 | 0,2% |
| | | 3 m | 2 960 | 4,95 | 5,12 | 4,62 | 4,96 | 4,94 | 0,1% |
| | | 4 m | 3 960 | 2,98 | 3,09 | 2,76 | 2,99 | 2,98 | 0,3% |
| | Koncové momenty | 2 m | 1 960 | 15,05 | 15,53 | 14,05 | 15,05 | 15,02 | 0,2% |
| | | 3 m | 2 960 | 6,89 | 7,12 | 6,40 | 6,89 | 6,87 | 0,2% |
| | | 4 m | 3 960 | 4,06 | 4,21 | 3,76 | 4,06 | 4,05 | 0,2% |
| Vetknutí v kroucení | Spojité zatížení | 2 m | 1 960 | 30,11 | 31,57 | 28,35 | 30,18 | 30,10 | 0,0% |
| | | 3 m | 2 960 | 13,38 | 13,81 | 12,58 | 13,41 | 13,38 | 0,0% |
| | | 4 m | 3 960 | 7,62 | 7,87 | 7,14 | 7,63 | 7,61 | 0,1% |
| | 1 břemeno L/2 | 2 m | 1 960 | 32,57 | 33,37 | 30,52 | 32,45 | 32,38 | 0,6% |
| | | 3 m | 2 960 | 14,49 | 14,86 | 13,55 | 14,43 | 14,40 | 0,6% |
| | | 4 m | 3 960 | 8,26 | 8,48 | 7,71 | 8,23 | 8,21 | 0,6% |
| | 2 břemena v L/3 | 2 m | 1 960 | 28,60 | 29,44 | 26,88 | 28,61 | 28,50 | 0,3% |
| | | 3 m | 2 960 | 12,72 | 13,09 | 11,93 | 12,71 | 12,68 | 0,3% |
| | | 4 m | 3 960 | 7,24 | 7,46 | 6,77 | 7,24 | 7,21 | 0,4% |
| | Koncové momenty | 2 m | 1 960 | 33,21 | 34,22 | 31,10 | 33,21 | 33,12 | 0,3% |
| | | 3 m | 2 960 | 14,74 | 15,18 | 13,77 | 14,72 | 14,69 | 0,3% |
| | | 4 m | 3 960 | 8,37 | 8,62 | 7,80 | 8,35 | 8,33 | 0,4% |

Výpočet dle ČSN EN 1993-1-1 a národní přílohy NB.3 pro náhradní průřez

 Výsledky získané programem na řešení prostorové ztráty stability při klopení pro prut konstantního průřezu

 Výsledky získané programem na řešení prostorové ztráty stability při klopení pro prut proměnného průřezu

*) Rozdíl mezi hodnotami stanovenými softwarem pro prut s proměnným průřezem a hodnotami získanými výpočtem dle EC s uvažováním průřezových charakteristik náhradního průřezu.



Verifikace
teoretického modelu
prutu s náhradním
průřezem



Rozdíly oproti
výsledkům získaných
dle platných
návrhových procedur
v rámci 1%

TEORETICKÁ ANALÝZA METODA TLAČENÉ PÁSNICE

Metoda ekvivalentní tlačené pásnice je alternativní metodou pro stanovení únosnosti prutu při ohybu s uvážením vlivu klopení.

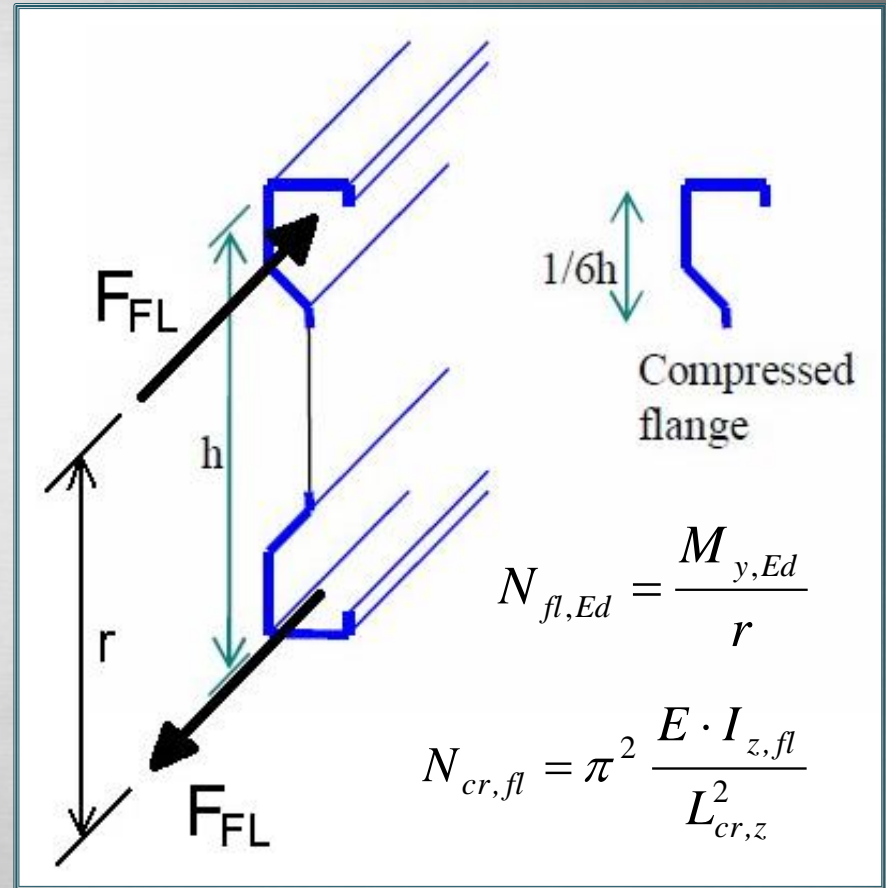
Princip výpočtu:

Ohybový moment je přepočten na dvojici sil působící v těžištích ekvivalentní horní tlačené a dolní tažené pásnice na rameni r .

U za tepla válcovaných nebo svařovaných průřezů se do průřezu ekvivalentní tlačené pásnice uvažuje plocha celé pásnice a $1/3$ výšky tlačené části stojiny ($1/3 h_{w,c}$).

U za studena válcovaných profilů se může uvažovat do průřezu ekvivalentní tlačené pásnice část průřezu na $1/6$ jeho výšky.

Ohybová únosnost při klopení je odvozena ze vzpěrné únosnosti průřezu ekvivalentní tlačené pásnice při vybočení z roviny ohybu.



TEORETICKÁ ANALÝZA METODA TLAČENÉ PÁSNICE

Vzpěrné délky:

- A. Nosník zatížený koncovými momenty (konstantní průběh $N_{fl,Ed}$):



$$L_{cr,z} = 1,000 \cdot L$$

- B. Spojitě zatížený nosník (parabolický průběh $N_{fl,Ed}$):



$$L_{cr,z} = 0,692 \cdot L$$

- C. Nosník zatížený břemenem uprostřed rozpětí (trojúhelníkový průběh $N_{fl,Ed}$):

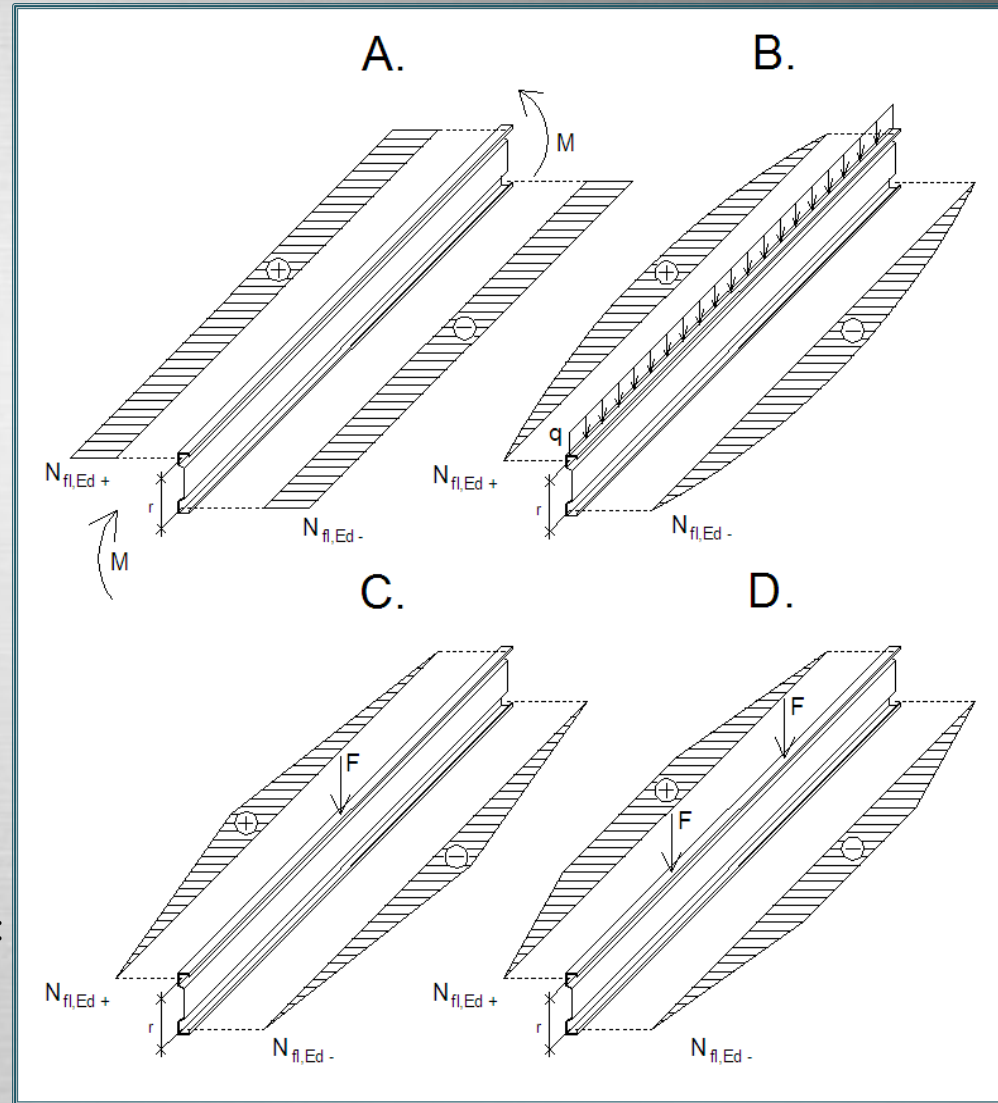


$$L_{cr,z} = 0,561 \cdot L$$

- D. Nosník zatížený dvěma břemeny ve třetinách (lichoběžníkový průběh $N_{fl,Ed}$):



$$L_{cr,z} = 0,682 \cdot L$$



TEORETICKÁ ANALÝZA METODA TLAČENÉ PÁSNICE

Poměrná štíhlost: $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{fl} \cdot f_y}{N_{cr}}}$



$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + 0,34 \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$



Součinitel vzpěru: $\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$



Návrhová vzpěrná únosnost
tlačené pásnice: $N_{b,fl,Rd} = \chi \frac{A_{fl} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$

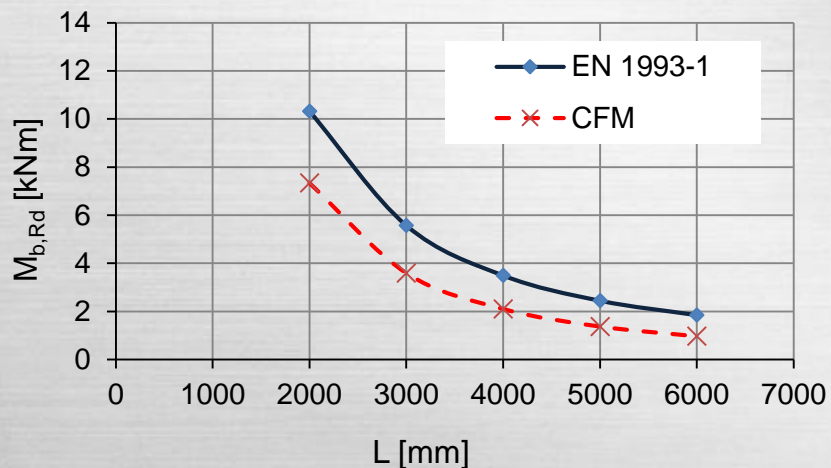
Návrhová ohybová únosnost při klopení dle metody ekvivalentní tlačené pásnice:

$$M_{b,Rd} = N_{b,fl,Rd} \cdot r$$

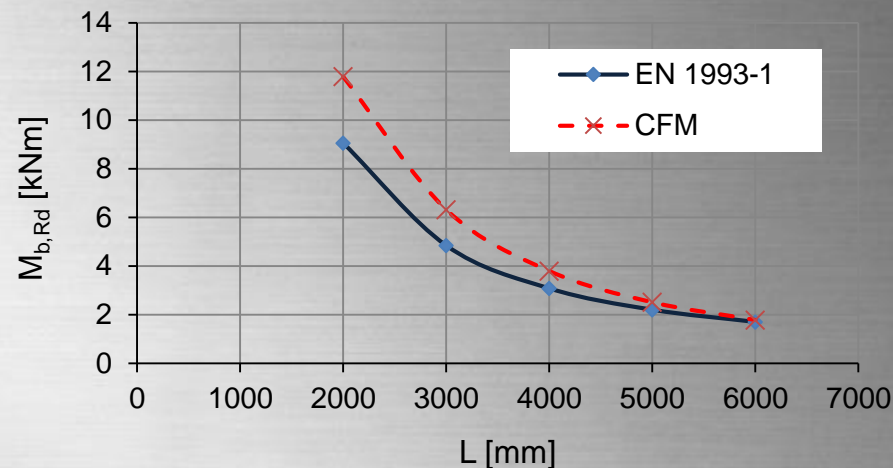
TEORETICKÁ ANALÝZA *METODA TLAČENÉ PÁSNICE*

Porovnání provedeno pro prostě podepřené nosníky zatížené na horní pásnici.

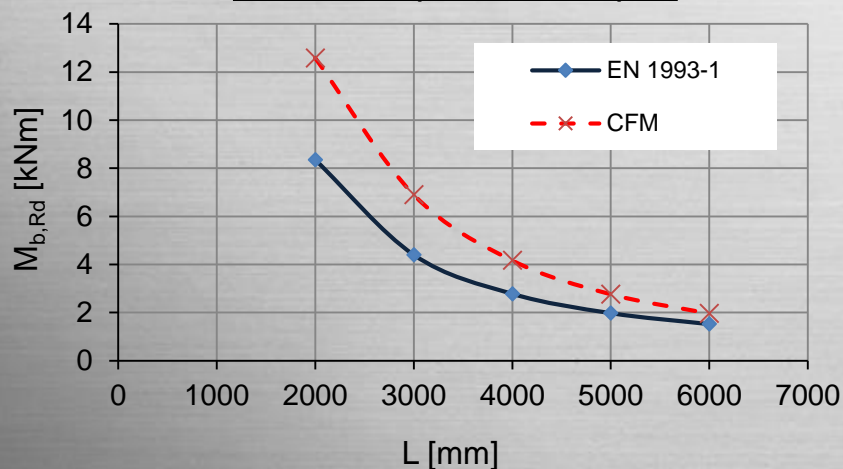
Koncové momenty



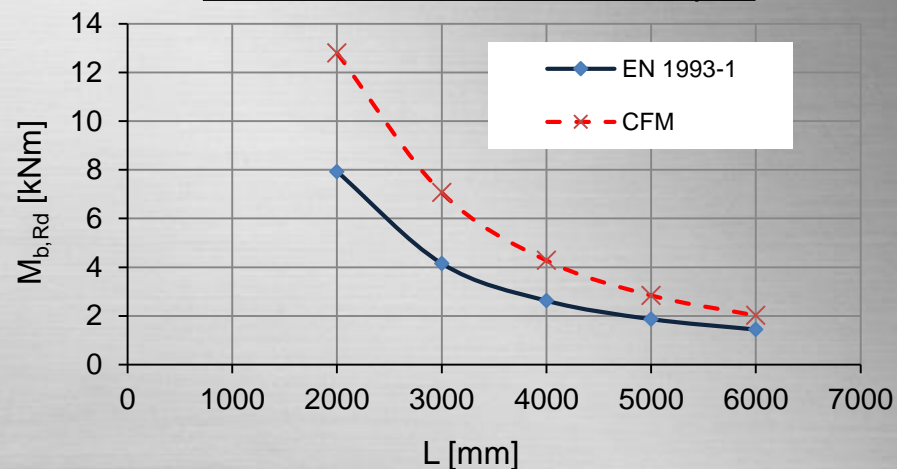
Spojité zatížení



Břemeno uprostřed rozpětí



Dvě břemena ve třetinách rozpětí

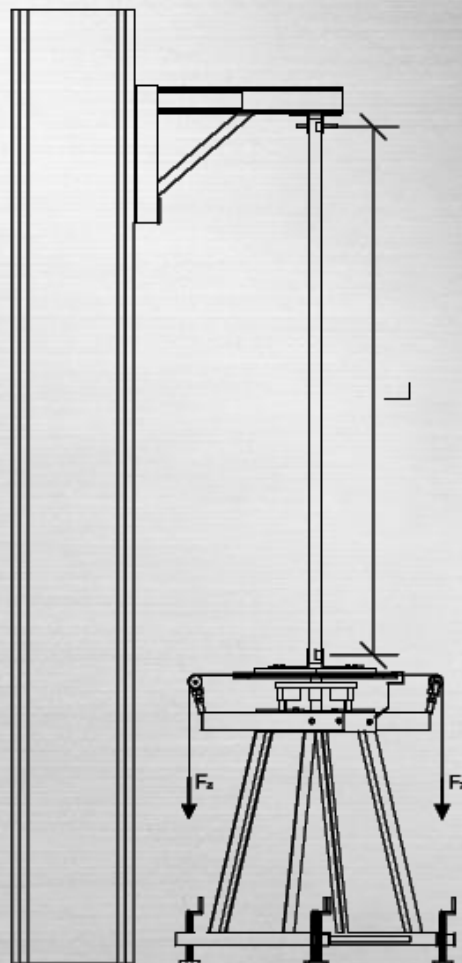
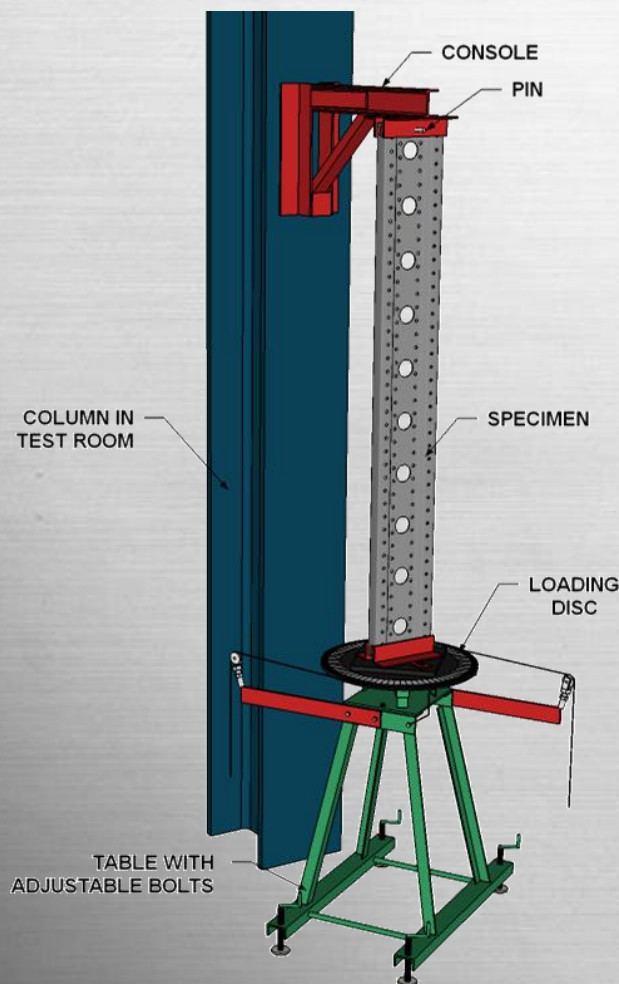


EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA

KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA *OVĚŘENÍ TORZNÍCH TUHOSTÍ*

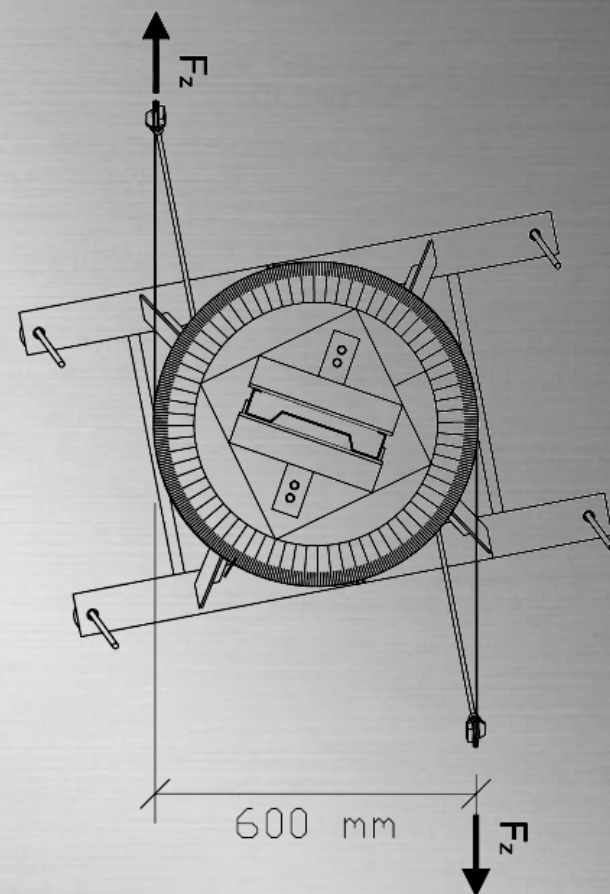
Zkušební tělesa byla svisle zavěšena na konzole, prostě podepřena na obou koncích a zatěžována kroutícím momentem na dolním volném konci.



KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA *OVĚŘENÍ TORZNÍCH TUHOSTÍ*

Dolní konce zkušebního tělesa je zatěžován kroučícím momentem, který vzniká působením dvojice sil na rameni $d = 600$ mm. Dvojice sil je realizována věšením 1 kg závaží na dvojici ocelových lanek upevněných k zatěžovacímu kotouči.



KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOST V PROSTÉM KROUCENÍ

Směrnice lineární aproximace k uvádí závislost mezi velikostí dvojice sil F_z a úhlu zkroucení $\Delta\varphi_z$:

$$F_z = k \cdot \Delta\varphi_z [^\circ] = \frac{180 \cdot k \cdot \Delta\varphi_z [rad]}{\pi} \quad \Longrightarrow \quad \Delta\varphi_z = \frac{\pi \cdot F_z}{180 \cdot k} \quad (1)$$

Vzorec pro výpočet úhlu zkroucení prutu namáhaného při prostém kroucení:

$$\Delta\varphi_z = \frac{M \cdot l}{G \cdot I_t} \quad \Longrightarrow \quad I_t = \frac{M \cdot l}{G \cdot \Delta\varphi_z} = \frac{F_z \cdot d \cdot l}{G \cdot \Delta\varphi_z} \quad (2)$$

Dosazení lineární závislosti z Rov. 1 do Rov. 2

$$I_t = \frac{F_z \cdot d \cdot l}{\Delta\varphi_z \cdot G} = \frac{180 \cdot k \cdot \cancel{F_z} \cdot d \cdot l}{\pi \cdot \cancel{F_z} \cdot G}$$

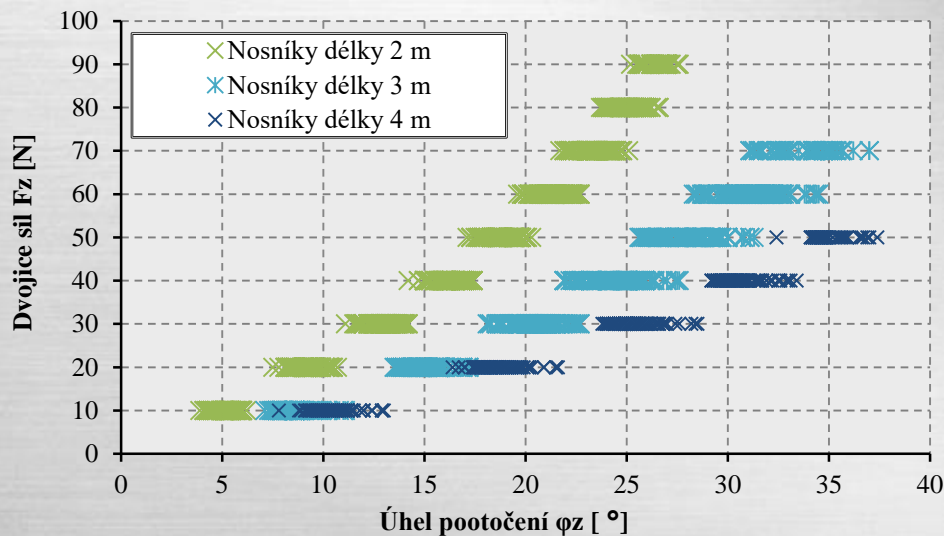
Odvozená rovnice pro výpočet momentu tuhosti v prostém kroucení na základě testu:

$$\boxed{I_t = \frac{180 \cdot k \cdot d \cdot l}{\pi \cdot G}} \quad (3)$$

kde k je směrnice lineární aproximace,
 d je rameno sil 600 mm [mm],
 l je délka nosníku [mm],
 G je modul pružnosti ve smyku [MPa].

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOST V PROSTÉM KROUCENÍ

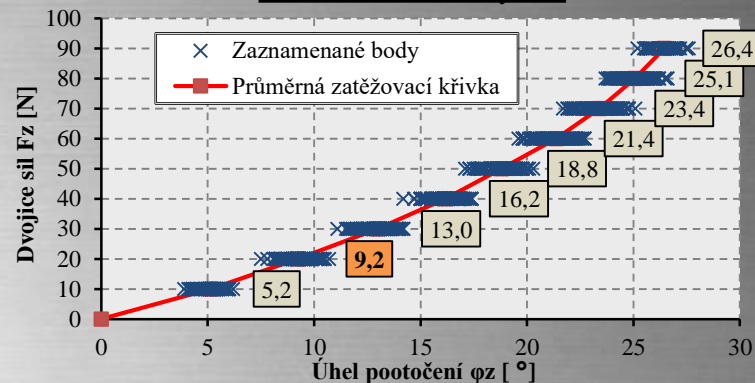
Záznam dat



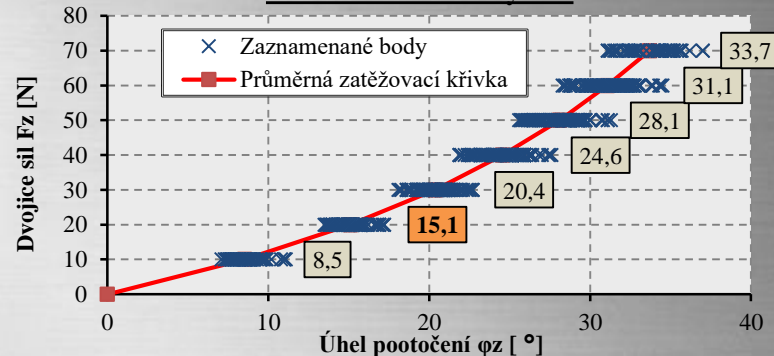
| Délka | Nosníky délky 2 m | | | Nosníky délky 3 m | | | Nosníky délky 4 m | | |
|-----------|---------------------|-------------|------------------------------|---------------------|-------------|------------------------------|---------------------|-------------|------------------------------|
| | L = 1960 mm | | | L = 2960 mm | | | L = 3960 mm | | |
| | $\varphi_{z,i}$ [°] | k_i [-] | $I_{t,i}$ [mm ⁴] | $\varphi_{z,i}$ [°] | k_i [-] | $I_{t,i}$ [mm ⁴] | $\varphi_{z,i}$ [°] | k_i [-] | $I_{t,i}$ [mm ⁴] |
| 0 | 0,0 | - | - | 0,0 | - | - | 0,0 | - | - |
| 10 | 5,2 | 1,94 | 1 615 | 8,5 | 1,17 | 1 473 | 10,5 | 0,96 | 1 607 |
| 20 | 9,2 | 2,44 | 2 033 | 15,1 | 1,52 | 1 912 | 18,6 | 1,23 | 2 069 |
| 30 | 13,0 | 2,68 | 2 227 | 20,4 | 1,89 | 2 380 | 25,3 | 1,48 | 2 488 |
| 40 | 16,2 | 3,13 | 2 608 | 24,6 | 2,40 | 3 013 | 30,5 | 1,95 | 3 273 |
| 50 | 18,8 | 3,79 | 3 155 | 28,1 | 2,81 | 3 533 | 34,9 | 2,26 | 3 792 |
| 60 | 21,4 | 3,88 | 3 230 | 31,1 | 3,37 | 4 227 | - | - | - |
| 70 | 23,4 | 4,93 | 4 101 | 33,7 | 3,80 | 4 769 | - | - | - |
| 80 | 25,1 | 5,98 | 4 977 | - | - | - | - | - | - |
| 90 | 26,4 | 7,30 | 6 074 | - | - | - | - | - | - |

Plný průřez: $I_t = 2\,007\text{ mm}^4$ Oslabený průřez: $I_t = 1\,566\text{ mm}^4$ Náhradní průřez: $I_t = 1\,863\text{ mm}^4$

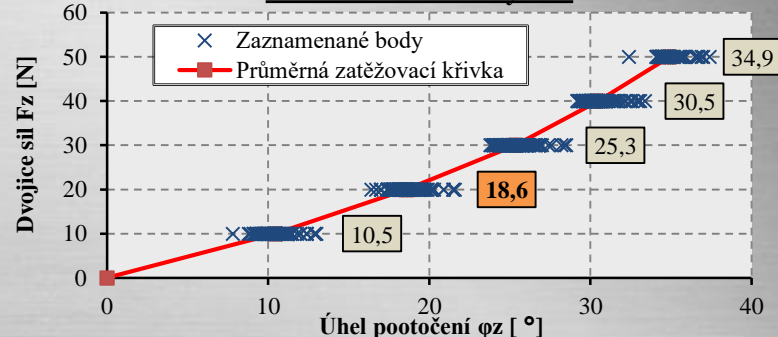
Perforované nosníky 2 m



Perforované nosníky 3 m



Perforované nosníky 4 m



EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOST PŘI VÁZANÉM KROUCENÍ

Úpravy konců zkušebních těles – navaření výztuh z plechu tl. 4mm zabraňující volné deplaci koncových průřezů.



KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOST PŘI VÁZANÉM KROUCENÍ

Diferenciální rovnice popisující úhel zkroucení tenkostěnného prutu při vázaném kroucení:

$$E \cdot I_w \cdot \varphi^{IV} - G \cdot I_T \cdot \varphi^{II} = m \quad (4)$$

kde m je intenzita krouticího zatížení,
 φ je úhel zkroucení,
 I_w je výsečový moment setrvačnosti,
 I_T je moment tuhosti v prostém kroucení,
 E je Youngův modul pružnosti,
 G je modul pružnosti ve smyku.

Zavedení parametru kroucení k :

$$k = l \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}} \quad (5)$$

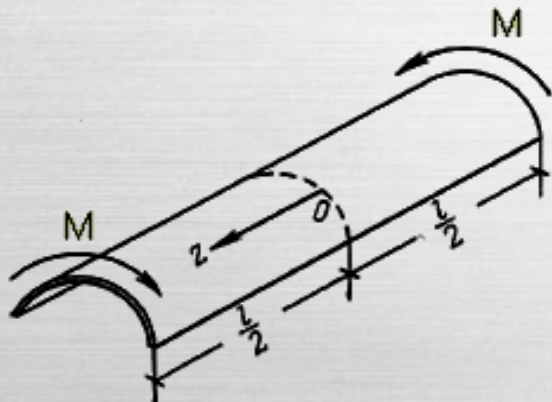
diferenciální rovnici (4) lze modifikovat na výraz:

$$\varphi^{IV} - \frac{k^2}{l^2} \cdot \varphi^{II} = \frac{m}{E \cdot I_w} \quad (6)$$

Modifikovaný výraz (6) je obyčejná diferenciální rovnice čtvrtého řádu s konstantními koeficienty.

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOST PŘI VÁZANÉM KROUCENÍ

Řešením modifikované diferenciální rovnice (6) pro tenkostěnný prut otevřeného průřezu vetknutého v kroucení při namáhání koncovými krouticími momenty stejné velikosti opačného směru působení je výraz (7) popisující velikost úhlu zkroucení :



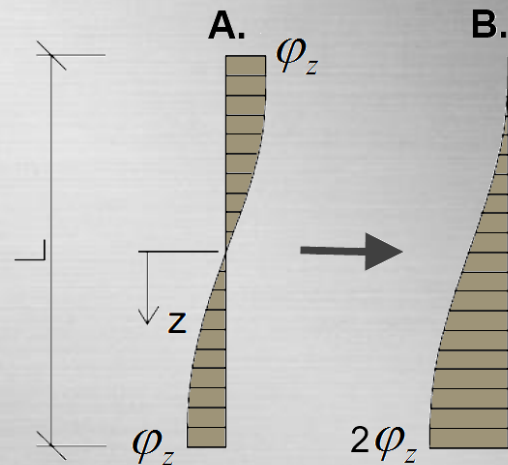
$$\varphi_z = \frac{M}{G \cdot I_t} \left(z - \frac{l}{k} \frac{\sinh \frac{k}{l} z}{\cosh \frac{k}{2}} \right) \quad \text{Eq. (6)}$$

$$k = l \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_w}}$$

Odvozeno z testů na prosté kroucení

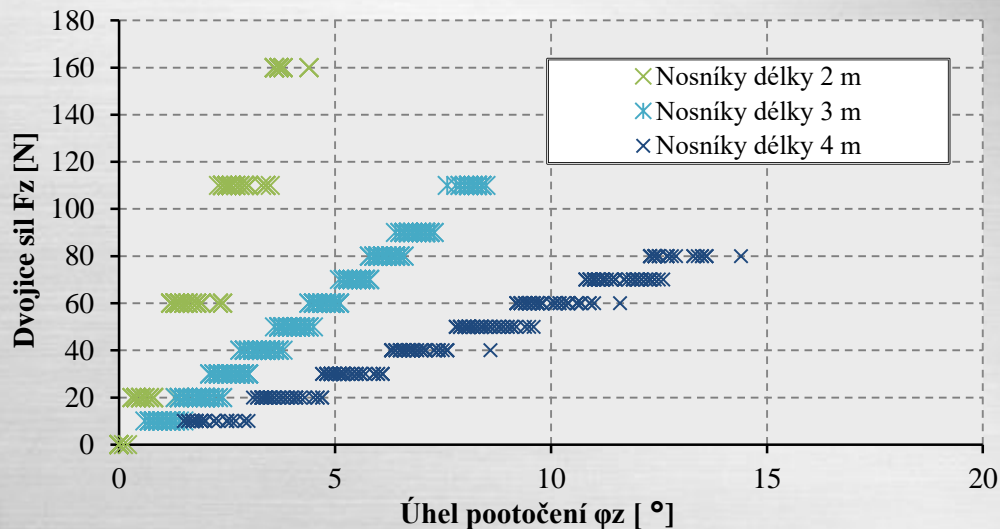
Stanoveno iterativním výpočtem

kde M je krouticí moment,
 G je modul pružnosti ve smyku,
 I_t je moment tuhosti v prostém kroucení,
 z je pozice vyšetřovaného místa vůči středu,,
 l je délka prutu,
 k je parametr kroucení definovaný v (5),



EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA TUHOST PŘI VÁZANÉM KROUCENÍ

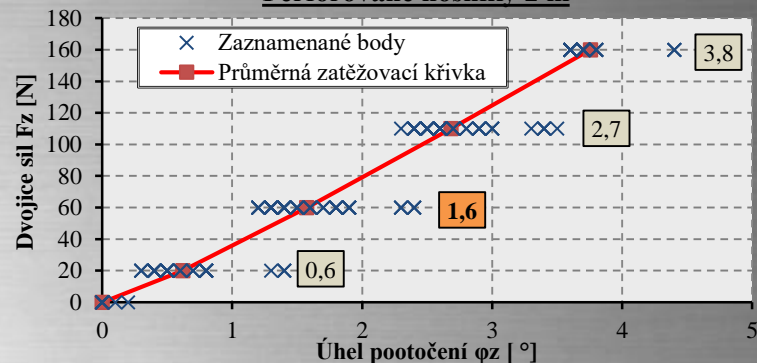
Záznam dat



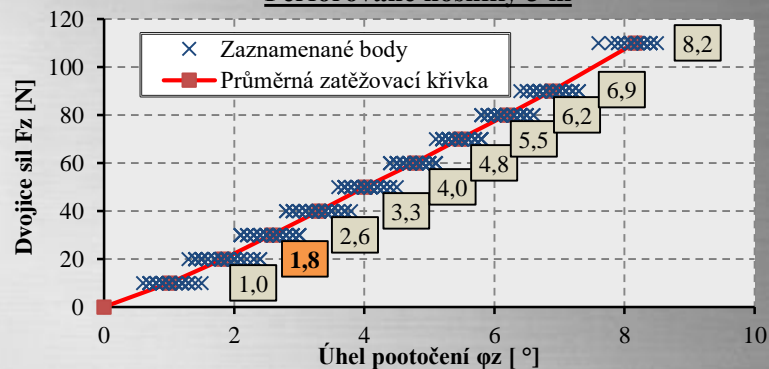
| Nosníky délky 2 m | | | Nosníky délky 3 m | | | Nosníky délky 4 m | | |
|--------------------------|--------------------|-----------|--------------------------|--------------------|-----------|--------------------------|--------------------|-----------|
| F_{zi} [N] | L = 1960 mm | | F_{zi} [N] | L = 2960 mm | | F_{zi} [N] | L = 3960 mm | |
| | φ_{zi} [°] | k_i [-] | | φ_{zi} [°] | k_i [-] | | φ_{zi} [°] | k_i [-] |
| 0 | 0,0 | - | 0 | 0,0 | - | 0 | 0,0 | - |
| 20 | 0,6 | 32,26 | 10 | 1,0 | 9,88 | 10 | 2,0 | 4,93 |
| 60 | 1,6 | 41,96 | 20 | 1,8 | 12,16 | 20 | 3,6 | 6,21 |
| 110 | 2,7 | 45,05 | 30 | 2,6 | 13,48 | 30 | 5,2 | 6,35 |
| 160 | 3,8 | 46,58 | 40 | 3,3 | 13,70 | 40 | 6,8 | 6,13 |
| - | - | - | 50 | 4,0 | 14,08 | 50 | 8,4 | 6,42 |
| - | - | - | 60 | 4,8 | 13,19 | 60 | 9,9 | 6,71 |
| - | - | - | 70 | 5,5 | 14,35 | 70 | 11,5 | 6,19 |
| - | - | - | 80 | 6,2 | 13,86 | 80 | 12,8 | 7,58 |
| - | - | - | 90 | 6,9 | 14,49 | - | - | - |
| - | - | - | 110 | 8,2 | 15,58 | - | - | - |
| I_t [mm ⁴] | 2 033 | | I_t [mm ⁴] | 1 912 | | I_t [mm ⁴] | 2 069 | |
| I_w [mm ⁶] | 4 008 866 319 | | I_w [mm ⁶] | 3 657 105 624 | | I_w [mm ⁶] | 4 018 394 184 | |

Plný pr.: $I_w = 3\,815\,580\,000\text{ mm}^6$ Oslabený pr.: $I_w = 3\,562\,560\,000\text{ mm}^6$ Náhradní pr.: $I_w = 3\,733\,348\,500\text{ mm}^6$

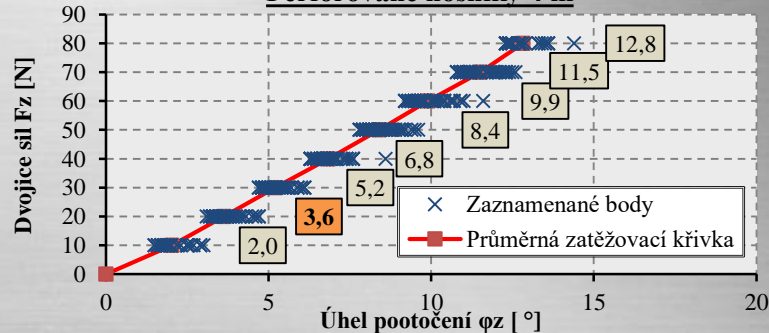
Perforované nosníky 2 m



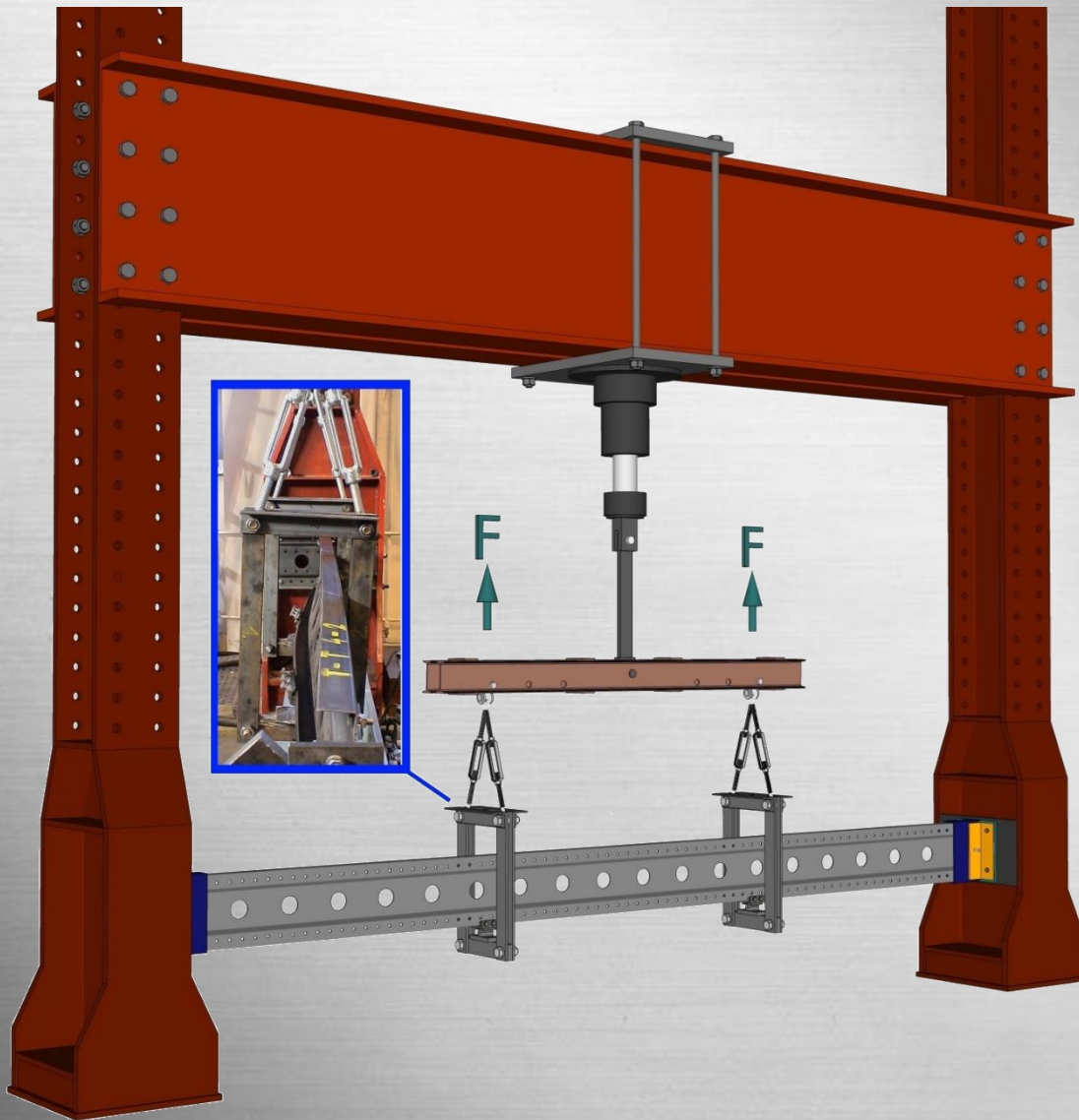
Perforované nosníky 3 m



Perforované nosníky 4 m



EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA ÚNOSNOST PŘI KLOPENÍ



Testovány byly prostě uložené nosníky zatížené dvojicí břemen situovaných ve třetinách rozpětí.

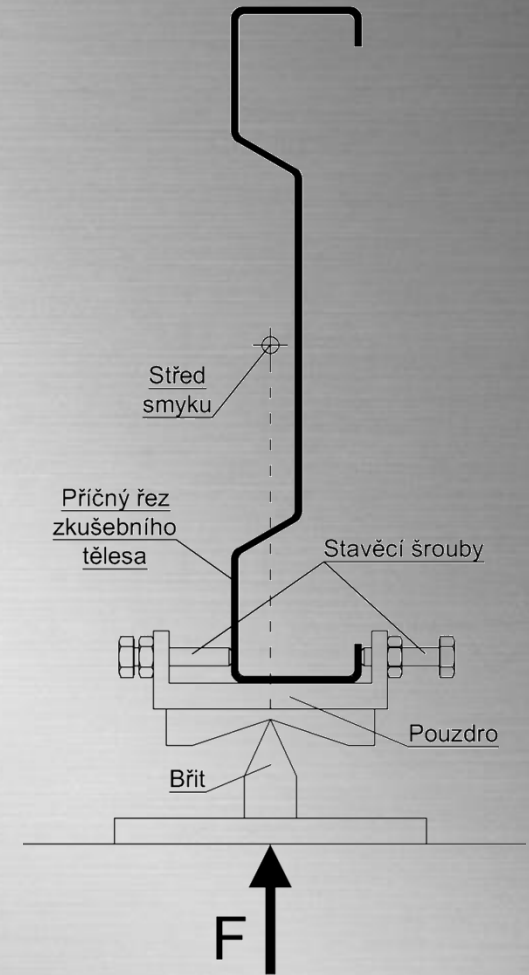
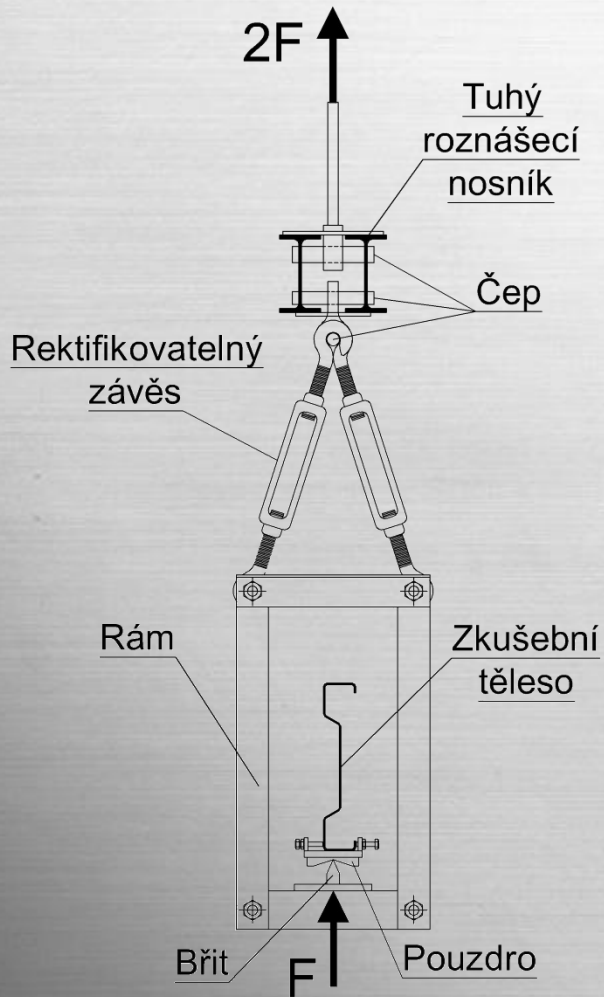
Nosníky byly ohýbány směrem vzhůru (tažená horní pásnice, tlačena dolní pásnice).

Délky zkušebních těles:

- 2 metry
- 3 metry
- 4 metry

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA *ÚNOSNOST PŘI KLOPENÍ*

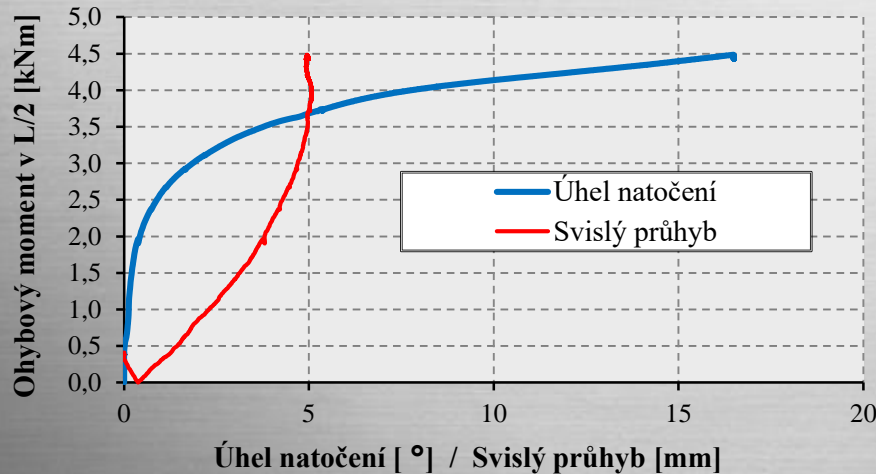
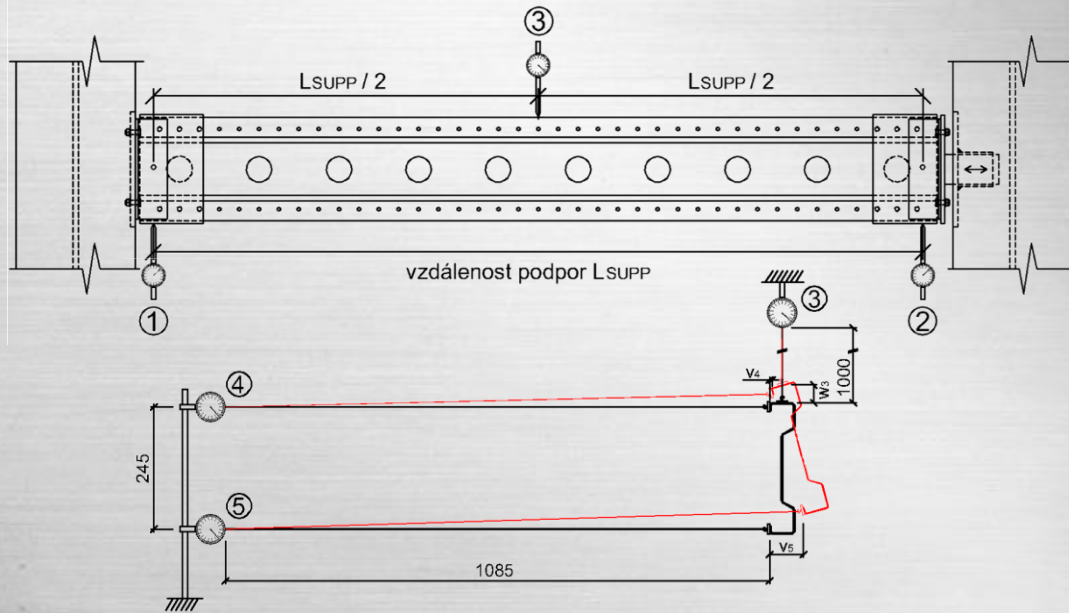
Speciální pozornost byla věnována způsobu zatěžování, který umožňuje volné klopení nosníků bez vazeb vodorovného posunu a natočení příčného řezu nosníků.



KLOPENÍ TENKOSTĚNNÝCH OCELOVÝCH NOSNÍKŮ S OTVORY VE STĚNĚ

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA ÚNOSNOST PŘI KLOPENÍ

Monitorování deformací



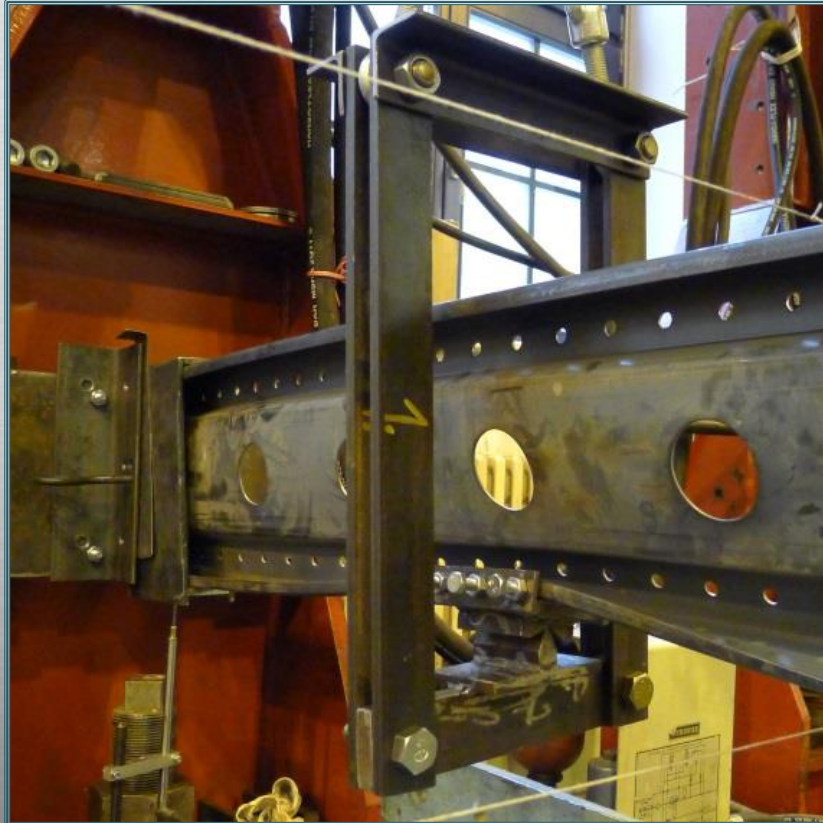
Snímače deformací:

č.1, č.2 - indukční snímač dráhy

č.3, č.4, č.5 - potenciometrický snímač dráhy

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA *ÚNOSNOST PŘI KLOPENÍ*

V místě vnášení zatížení do zkušebního tělesa byly pozorovány lokální deformace nosníků (zatěžované pásnice), obzvláště u nosníků kratších délek, u kterých se vyskytovaly větší zatěžovací síly. Z důvodu eliminace tohoto efektu byly nosníky v místě zatěžování (ve třetinách rozpětí) vyztuženy příčnými výztuhami.

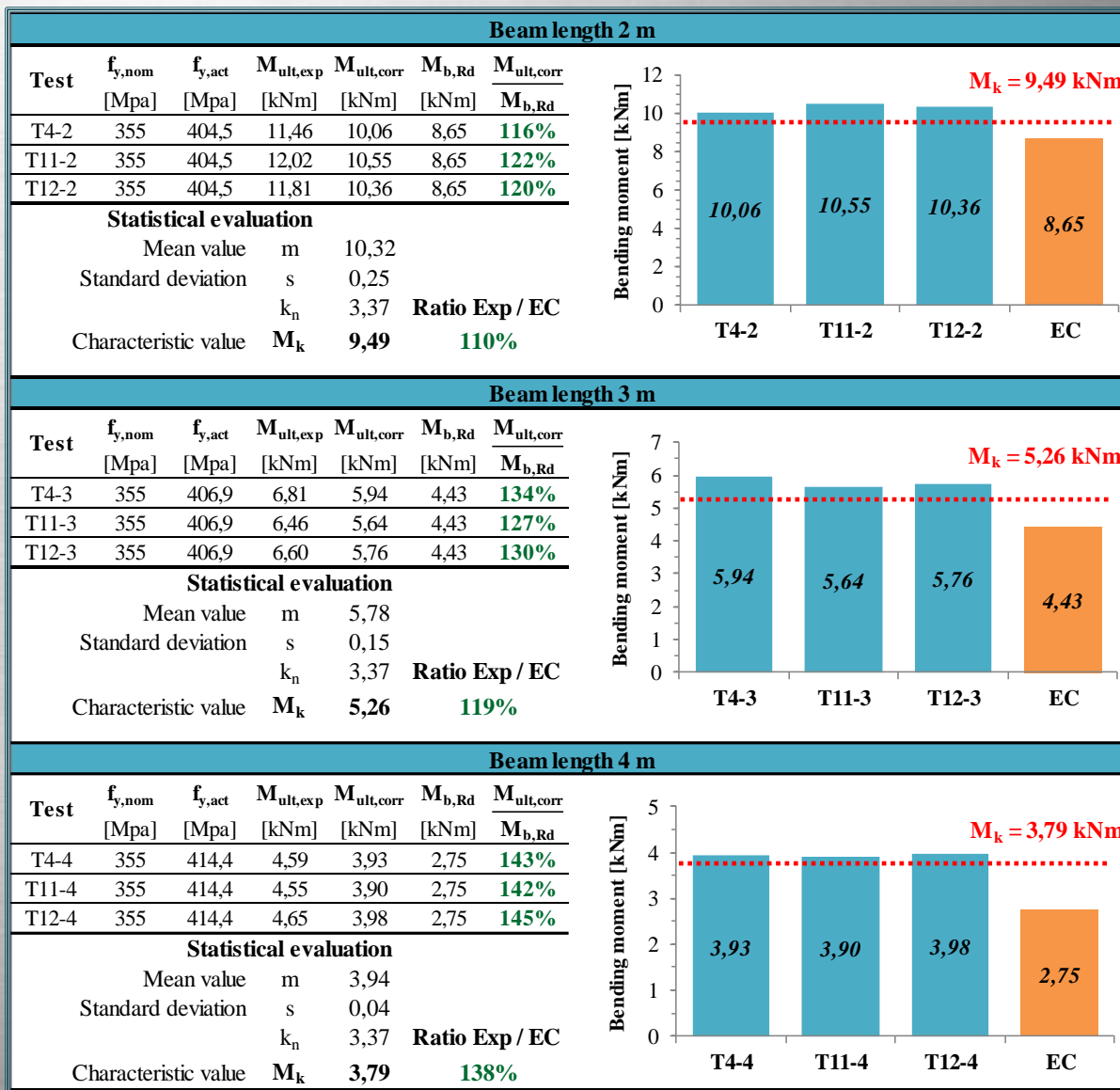


Nosníky bez příčných výztuh



Nosníky s příčnými výztuhami

EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZA ÚNOSNOST PŘI KLOPENÍ



DĚKUJI ZA POZORNOST